

# Tonhöhen in der Musik

Horst Eckardt, München

14. Juli 2013

# Inhalt

- Physik der Tonerzeugung (Akustik)
- Intervalle, Stimmung und Harmonik
- Besonderheiten der Musikgeschichte
- Tonhöhen und Solfeggio-Frequenzen

# Musik

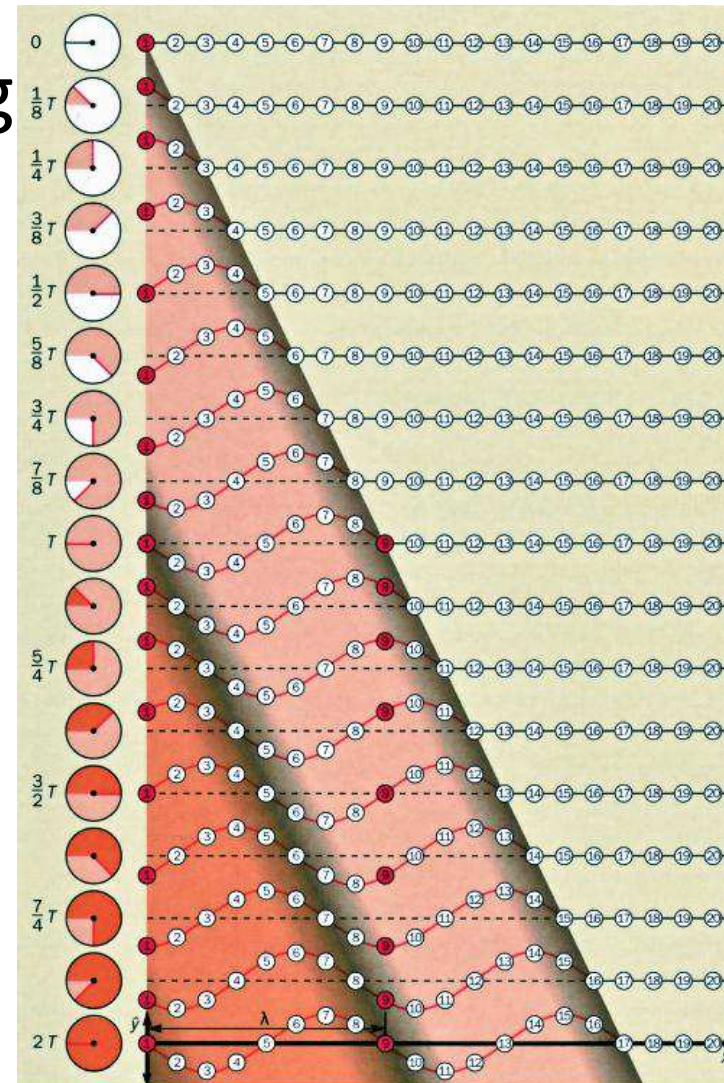
- Melodik
  - Abfolge von Tönen auf einer Tonleiter
- Rhythmus
  - Zeitliche Untergliederung von Melodien
  - Verstärkt durch Rhythmusinstrumente
- Harmonik
  - Mehrstimmige Hinterlegung einer melodischen Linie

# Akustik

- Lehre vom Schall
- Ausbreitung
- Wirkung auf Lebewesen
- Historisch seit Pythagoras (ca. 570-510 v. Chr.)
- Physikalisch erforscht seit 19. Jahrhundert (Helmholtz)
- Frequenzbereich 20 Hz – 20 kHz

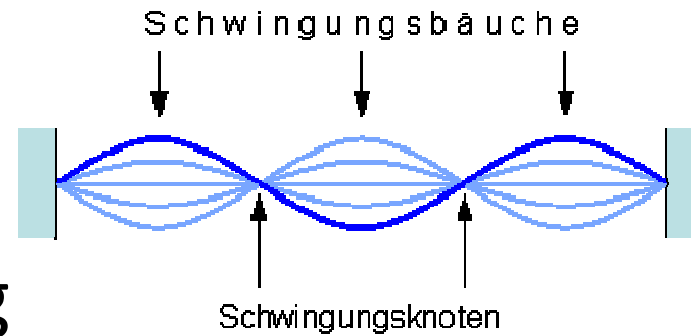
# Laufende Wellen

- Schall ist Wellenbewegung
- Wellenberge wandern
- z.B. Seilwelle

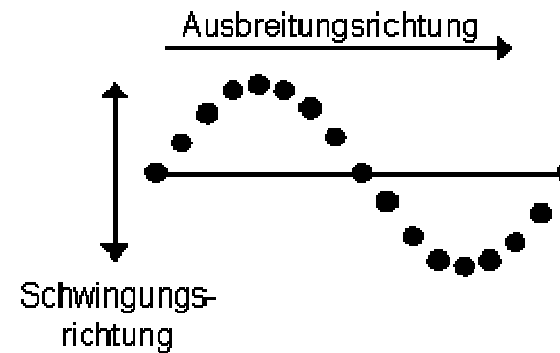
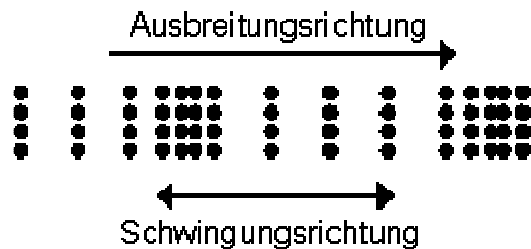


# Stehende Wellen

- Feste Enden
- Ortsfeste Schwingung

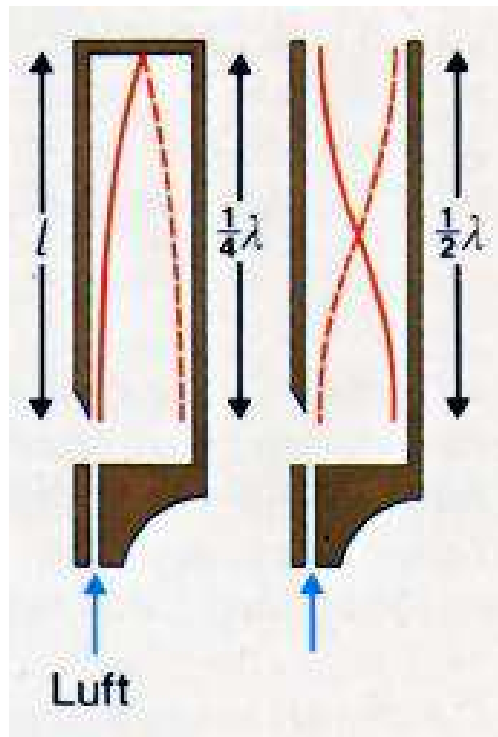


## Longitudinalwellen und Transversalwellen



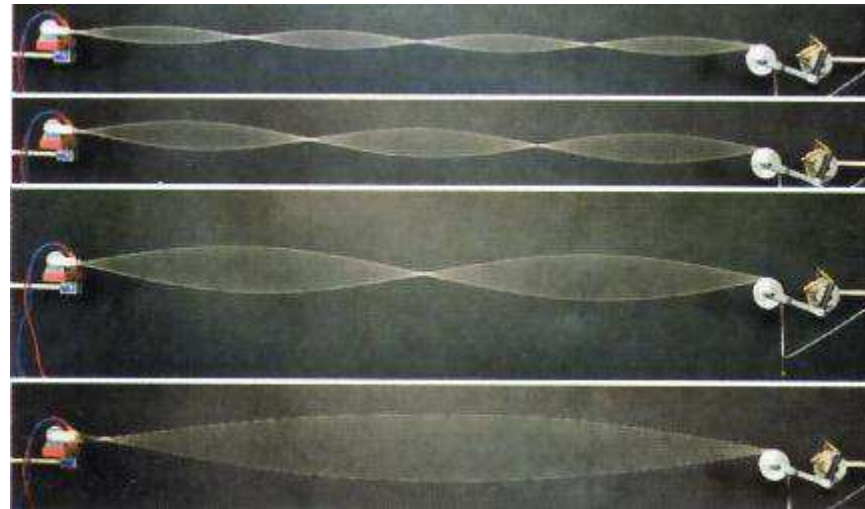
# Tonerzeugung: stehende Wellen

Pfeife



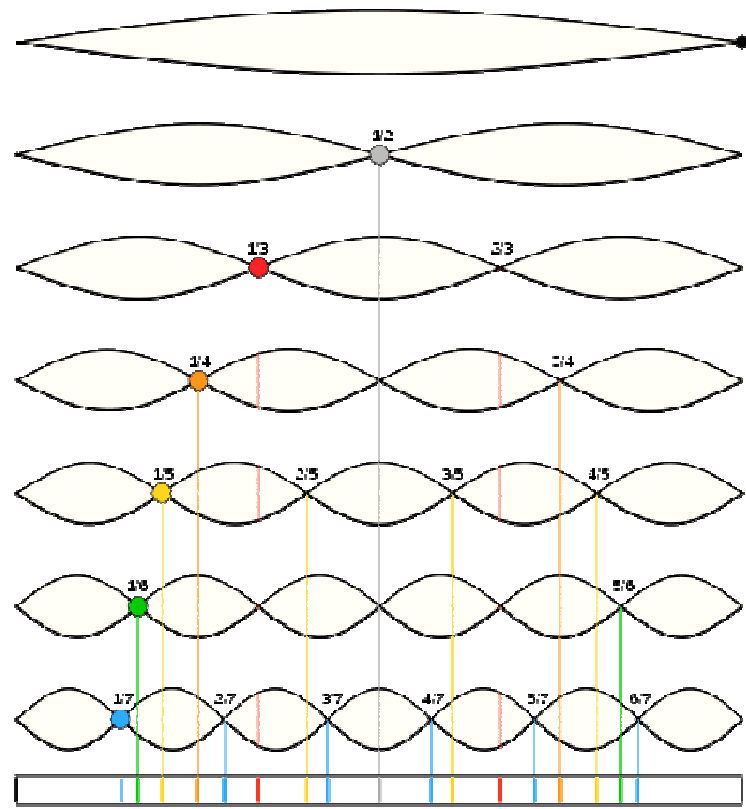
$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} \quad \Rightarrow \quad c = \lambda \cdot f$$

Saite



$\lambda$ : Wellenlänge  
 $c$ : Schallgeschwindigkeit  
 $T$ : Periodendauer  
 $f$ : Frequenz

# Obertonreihe



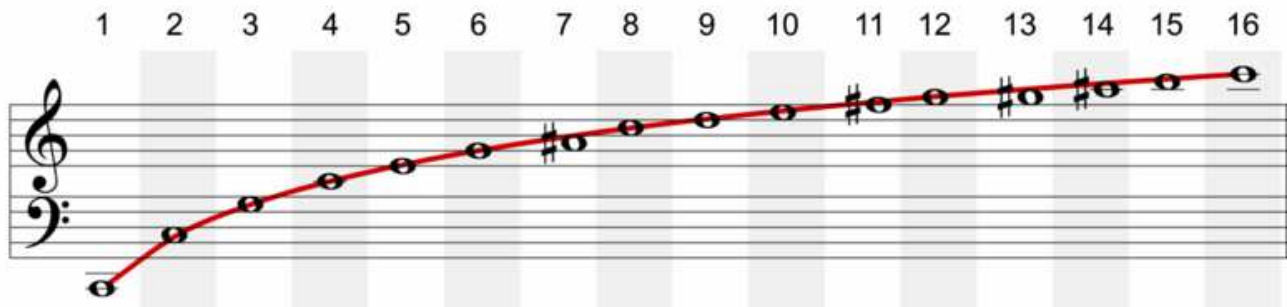
Oberschwingungen

„harmonische“ vielfache  
der Grundfrequenz  $f_0$

$$f = n \cdot f_0$$

$$\lambda = \lambda_0 / n$$

Mit „reinen“ Intervallen  
gekoppelt



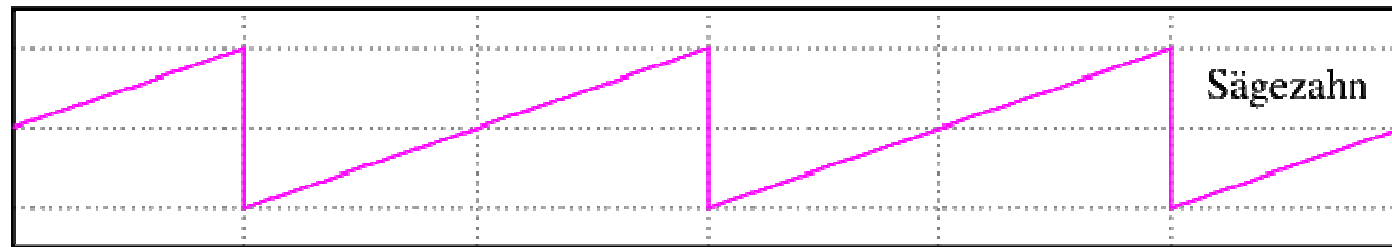
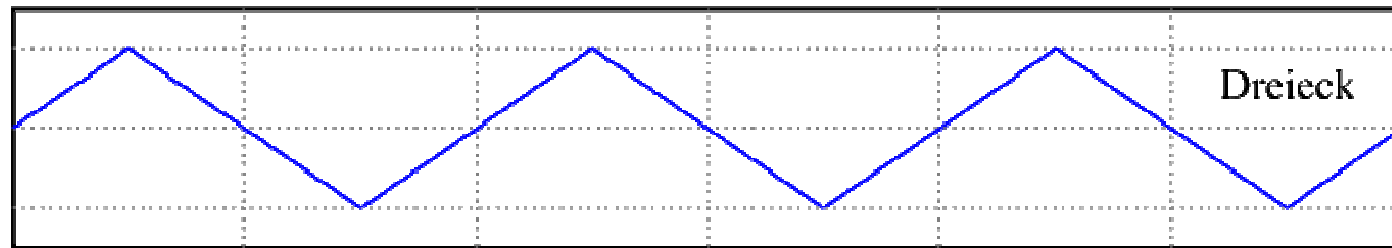
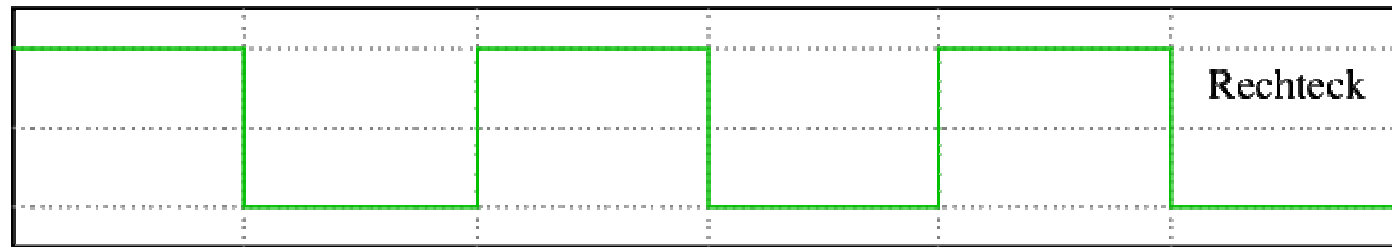
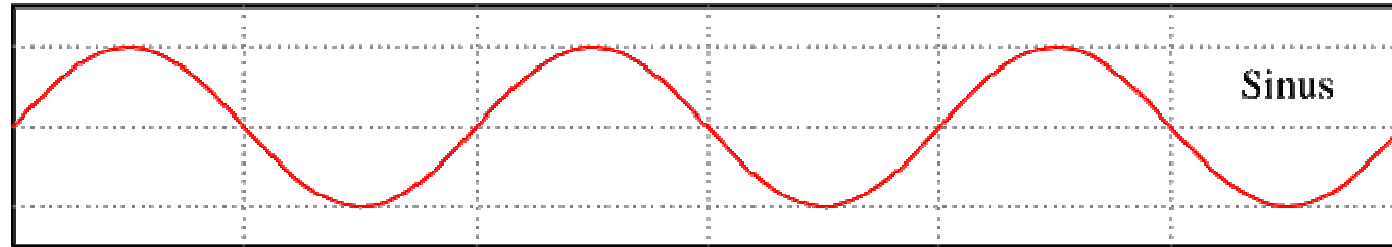


# Wellenformen

Sinus

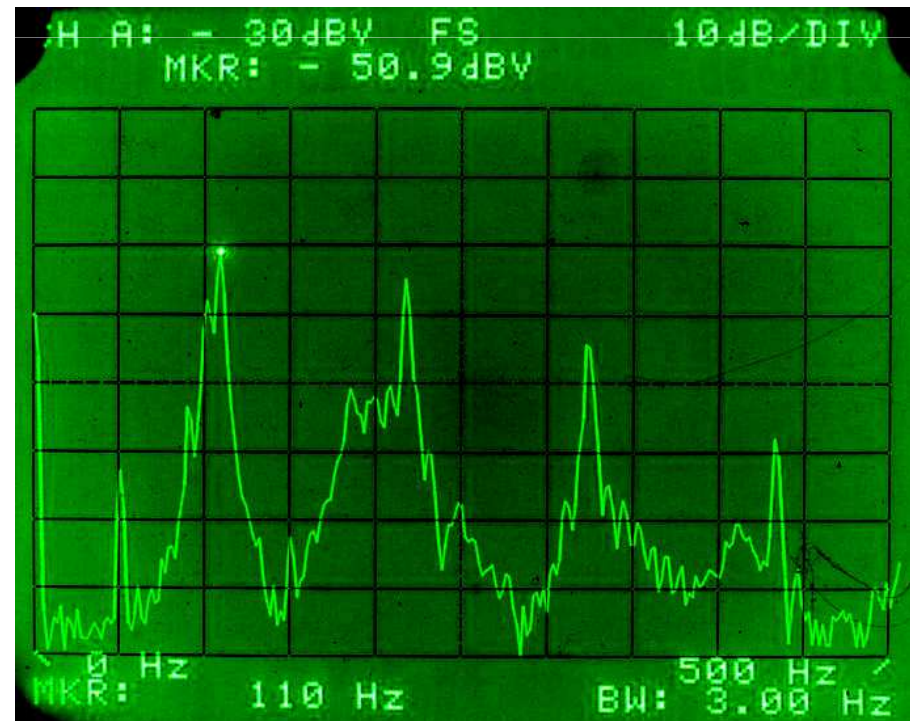
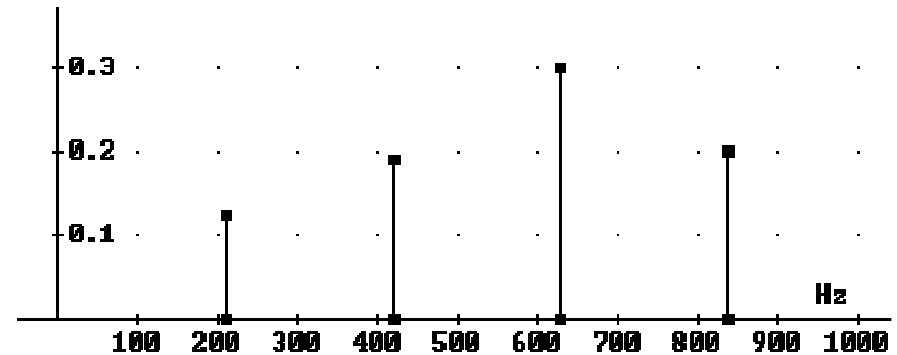
Rechteck

Sägezahn



# Frequenzspektrum

- Ein „sauberer“ Klang besteht aus vielfachen der Grundfrequenz  
-> diskretes Frequenzspektrum
  - [Oboe](#)
- Anharmonische Anteile verändern den Klang
  - [Gitarre](#)



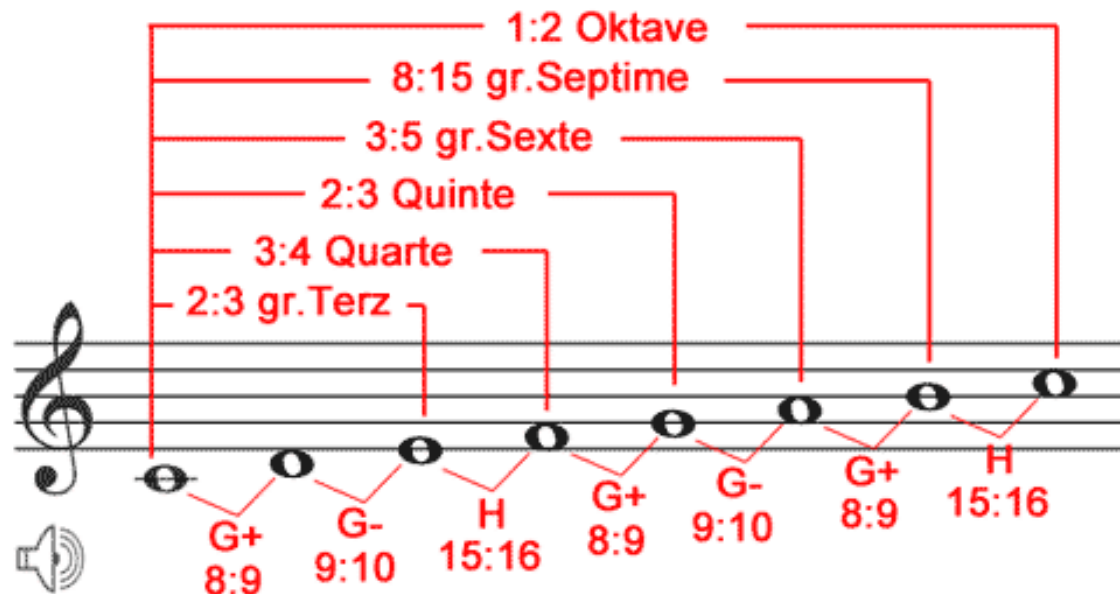
# Mischklänge und Geräusche

- Mit Grundton
  - Mischklang
  - [Gong](#)
- Ohne Grundton
  - Kontinuierliches Obertonspektrum
  - [Tamtam](#)



# Intervalle

- Frequenzverhältnisse aus Obertonreihe
- Definition der Tonleiter
- Nicht alle Obertöne kommen vor



# Tonarten

- Modern: Dur – Moll
- Historisch:
  - [jonisch](#)
  - [dorisch](#)
  - [phrygisch](#)
  - [lydisch](#)
  - [mixolydisch](#)
  - [aeolisch](#)

## Kirchentonarten

The image displays six musical staves, each representing a different church mode. Each staff begins with a treble clef and a single sharp (F#) in the key signature. The modes are labeled as follows:

- jonisch:** C-D-E-F#-G-A-B
- dorisch:** D-E-F-G-A-B-C
- phrygisch:** E-F-G-A-B-C-D
- lydisch:** F-G-A-B-C-D-E
- mixolydisch:** G-A-B-C-D-E-F
- aeolisch:** A-B-C-D-E-F-G

Each staff shows the first six notes of the mode in a stepwise ascending sequence, with a final note on a half note.

# Entwicklung der europäischen mehrstimmigen Musik

- einstimmige Musik bis ins Hochmittelalter („Gregorianischer Choral“)
- in außereuropäischen Kulturkreisen bis heute beibehalten
- Von ca. 1300-1700 Entwicklung der Mehrstimmigkeit (Harmonik)
- [Klangdemo](#)
  - 1stimmig
  - Renaissance
  - Barock/Romantik
  - modern

# Stimmung

- Unterteilung der Oktave in 12 Halbtonschritte
- „natürliche“ Unterteilung ist ungleichmäßig
- Musik mit Tonartwechsel erfordert ausgeglichene Stimmung
  - pythagoreisch
  - viele historische Verbesserungen
- Gleichmäßige Stimmung
  - heute gebräuchlich

# Reine und gemittelte Intervalle

- Intervalle in verschiedenen Tonarten nicht gleichwertig (Pythagoreische Stimmung)
- Tonartencharakteristik



- Demo

Intervall	cd	de	ef	fg	ga	ah	hc
<u>rein</u>	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
(in Cent)	204	182	112	204	182	204	112
mitteltönig (in Cent)	193	193	117	193	193	193	117
<u>gleichstufig</u> (in Cent)	200	200	100	200	200	200	100



# Stimmtonhöhe

- Kammerton a, heute 440 Hz
- vor 1700: stark schwankend, +/- 3-4 Halbtöne
- 1700-1800: +/- 2 Halbtöne
  - Paris 1788: 409 Hz
- Mitte 19. Jhd: +/- 1 Halbton
  - Paris 1858 / Wien 1885: 435 Hz
- Moderne Festlegung
  - 1939 London: 440 Hz
  - Heute teilweise bis 443 Hz
- Alternative: Historische Spielweise und Stimmung
  - Seit 70er Jahren, Originalklang-Esembles

# Vergleich der Tonskalen

Halbton		432	440 Skala	
0	a	216.00	220.00	
1	ais	228.84	233.08	
2	h	242.45	246.94	
3	c	256.87	261.63	
4	cis	272.14	277.18	
5	d	288.33	293.66	
6	dis	305.47	311.13	
7	e	323.63	329.63	
8	f	342.88	349.23	
9	fis	363.27	369.99	
10	g	384.87	392.00	
11	gis	407.75	415.30	
12	a	432.00	440.00	

Skalendifferenz:  
 $440 - 432 = 8 \text{ Hz}$

Halbtondifferenz bei  
440 Hz:  
ca. 25 Hz

440-432 Hz-Diff.  
Ist nur ein Drittel Halbton!

# Demo-Stücke

- Tondifferenz 440 Hz – 432 Hz
- 440 Hz
- 432 Hz
- 408 Hz
- 440-432 Hz gemischt
- Probleme der erhöhten Stimmung
  - Sänger müssen höher singen
  - Instrumente müssen umgebaut werden

# Klingt ein Flügel bei 432 Hz-Stimmung besser als bei 440 Hz-Stimmung?

H. Fastl, Ch. Patsouras <sup>1)</sup>, T. Rader  
 AG Technische Akustik, MMK, TU München  
<sup>1)</sup> jetzt AKSys Akustikzentrum Worms

Mit einem Steinway-Welte-Reproduktionsflügel der Musikinstrumentensammlung des Deutschen Museums München wurden die in Tabelle I aufgelisteten Musikstücke bei Einstimmung des Flügels auf 440 Hz auf DAT aufgezeichnet. Danach wurde der Flügel auf 432 Hz eingestimmt, und nach Stabilisierung der Stimmung wur-

Musikstück	Titel	Komponist	Interpret
A	Romance aus dem Klavierkonzert Nr. 1 [e-Moll] op.11	F. Chopin	Wilhelm Backhaus
B	Scenes from Tiedland	Eugen d'Albert	Eugen d'Albert
C	Partita B-Dur No.1	J.S. Bach	Walter Gieseking
D	Preludes I	Claude Debussy	Claude Debussy
E	Fantasia c-moll KV 396	W.A. Mozart	Edwin Fischer
F	Silhouette D-Dur op. 53, Nr. 2	Max Reger	Max Reger

Tabelle I Übersicht über die bei den Experimenten verwendeten Einspielungen

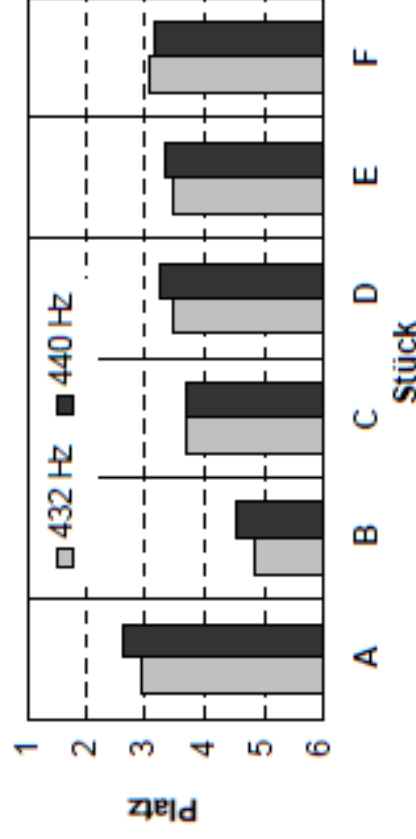


Fig. 1: Platzverteilung gemittelt über die Urteile aller 13 Versuchspersonen für die Musikstücke A bis F bei Einstimmung des Steinway-Welte-Reproduktionsflügels auf 432 Hz (graue Balken) bzw. 440 Hz (schwarze Balken).

# Indischer Stimmtton

Halbton		432	440 Skala
0	a	108.00	110.00
1	ais	114.42	116.54
2	h	121.23	123.47
3	c	128.43	130.81
4	cis	136.07	138.59
5	d	144.16	146.83
6	dis	152.74	155.56
7	e	161.82	164.81
8	f	171.44	174.61
9	fis	181.63	185.00
10	g	192.43	196.00
11	gis	203.88	207.65
12	a	216.00	220.00

Indische  
Stimmung auf  
Cis = 136 Hz

Passt gut  
auf 432 Hz-Skala

# Jahreston

- 1 Jahr hat 31 556 926 Sekunden
- Umlauf der Erde um die Sonne hat Frequenz
- $1/31556926 \text{ sec} = 3.16887646 \cdot 10^{-8} \text{ Hz}$
- 32. Oberton davon:  
 $2^{32} * 3.16887646 \cdot 10^{-8} \text{ Hz} = 136.1 \text{ Hz}$
- „Jahreston“ 136.1 Hz
- Demo:
  - 136 Hz
  - 136 Hz + Oktave
  - 136 Hz + Oktave + Quinte

# Solfeggio-Frequenzen

<b>UT</b> queant laxis — 396 Hz	Befreiung von Schuld und Angst
<b>RE</b> sonare fibris — 417 Hz	Resonanz, Veränderungen
<b>MI</b> ra gestorum — 528 Hz	Wunder, Transformation
<b>FA</b> muli tuorum — 639 Hz	Harmonische Beziehungen
<b>SO</b> lve polluti — 741 Hz	Erwachen, Intuition
<b>LA</b> bii reatum — 852 Hz	Rückkehr zur spirituellen Ordnung

Demo: [Solfeggio-Frequenzen](#) und [phrygische Tonleiter](#)

# Kann man eine Tonleiter auf den Solfeggio-Frequenzen aufbauen?

Halbton		528	852 Skala				
0	c	264.00	253.30				
1	cis	279.70	268.36				
2	d	296.33	284.32				
3	dis	313.95	301.23				
4	e	332.62	319.14				
5	f	352.40	338.12				
6	fis	373.35	358.22				
7	g	395.55	379.52				
8	gis	419.07	402.09				
9	a	443.99	426.00				
10	ais	470.39	451.33				
11	h	498.37	478.17				
12	c	528.00	506.60				
13	cis	559.40	536.73				
14	d	592.66	568.64				
15	dis	627.90	602.45				
16	e	665.24	638.28				
17	f	704.80	676.23				
18	fis	746.70	716.44				
19	g	791.11	759.05				
20	gis	838.15	804.18				
21	a	887.99	852.00				
22	ais	940.79	902.66				
23	h	996.73	956.34				



# Erweiterte Solfeggio-Frequenzen

Die zweite Spalte ist Permutation der ersten  
Dritte Spalte kann ergänzt werden

396	639	963
417	741	174
528	852	285

Demo: erweiterte [Solfeggio-Frequenzen](#)

# Physiologische Wirkung

- 2 Hypothesen:
- 1. Stehende Wellen im Körper
  - Wellenlängen-Anpassung abhängig von Körperabmessungen
  - NICHT gegeben bei Klangschalentherapie
- 2. Frequenzen, deren Oberschwingungen mit denen von Molekülschwingungen identisch sind (Aminosäuren)
  - sehr hohe Obertöne, normalerweise durch Rauschen überdeckt

# Frequenz-Wellenlängen-Tabelle I

Frequenz [Hz]     $\lambda/2$  [m]

c	108.00	1.53	c	216.00	0.76	c	432.00	0.38
cis	114.42	1.44	cis	228.84	0.72	cis	457.69	0.36
d	121.23	1.36	d	242.45	0.68	d	484.90	0.34
dis	128.43	1.28	dis	256.87	0.64	dis	513.74	0.32
e	136.07	1.21	e	272.14	0.61	e	544.29	0.30
f	144.16	1.14	f	288.33	0.57	f	576.65	0.29
fis	152.74	1.08	fis	305.47	0.54	fis	610.94	0.27
g	161.82	1.02	g	323.63	0.51	g	647.27	0.25
gis	171.44	0.96	gis	342.88	0.48	gis	685.76	0.24
a	181.63	0.91	a	363.27	0.45	a	726.53	0.23
ais	192.43	0.86	ais	384.87	0.43	ais	769.74	0.21
h	203.88	0.81	h	407.75	0.40	h	815.51	0.20
						c	864.00	0.19

# Frequenz-Wellenlängen-Tabelle II

- Oberwellen von 216 Hz ( $\lambda=1.53$  m)

	Frequenz [Hz]	lambda [m]	
1	2.16E+2	1.53E+0	
6	6.91E+3	4.77E-2	
11	2.21E+5	1.49E-3	
16	7.08E+6	4.66E-5	
21	2.26E+8	1.46E-6	
26	7.25E+9	4.55E-8	
31	2.32E+11	1.42E-9	← 1 nm,
36	7.42E+12	4.45E-11	atomare
41	2.37E+14	1.39E-12	Größenordnung
46	7.60E+15	4.34E-14	
51	2.43E+17	1.36E-15	
56	7.78E+18	4.24E-17	

# Referenzen

- <http://www.musiker-board.de/einsteiger-aufgabenunterstuetzung-muth/463676-frequenzen-tonleiter-bei-432-hz.html>
- <http://www.lehrklaenge.de/index.html>
- <http://www.stimmlabor.de/obertonleiter-naturtonreihe/>